



FICHAS DE TRABALHO | 9.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 3 | GEOMETRIA E MEDIDA

Site: <http://www.mathsuccess.pt>

Facebook: <https://www.facebook.com/MathSuccess>

TEMA 3

GEOMETRIA E MEDIDA

2016 – 2020

1. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Considere os seguintes teoremas:

Teorema I:

Se dois números naturais n e m são pares então a soma $n + m$ é um número par.

Teorema II:

Se n e m são dois números naturais com paridade diferente então a soma $n + m$ é um número natural ímpar.

1.1. Escreva o teorema I utilizando o símbolo de implicação (\Rightarrow) e identifique a hipótese e tese.

1.2. Complete os espaços em branco com os termos “necessária” ou “suficiente”.

a) A soma de dois números naturais ser par é condição _____ para que esses dois números sejam pares.

b) n é um número natural ímpar e m é um número natural par é condição _____ para que a soma $n + m$ seja ímpar.

1.3. Enuncie o recíproco do teorema II.

1.4. Enuncie o recíproco do teorema I e encontre um contra-exemplo para mostrar que o recíproco do teorema I é falso.

Proposta de Resolução: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema3-ficha1-ex1.html>

2. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado um dardo espetado no centro de um alvo.



Seja α o plano que contém a superfície do alvo e r a recta que contém os dois pontos extremidade do dardo.

Considere o seguinte **teorema**:

Uma recta perpendicular a um plano α num ponto A é perpendicular a todas as rectas de α que contêm A

2.1. Enuncie o teorema utilizando as expressões “se”, “então” e identifique a hipótese e a tese.

2.2. Sabe-se que existe um diâmetro do alvo que é perpendicular à recta r .

Pode concluir-se, com base apenas neste conhecimento, que a recta r é perpendicular ao plano α ?

2.3. Sabe-se que existe um diâmetro do alvo que não é perpendicular à recta r .

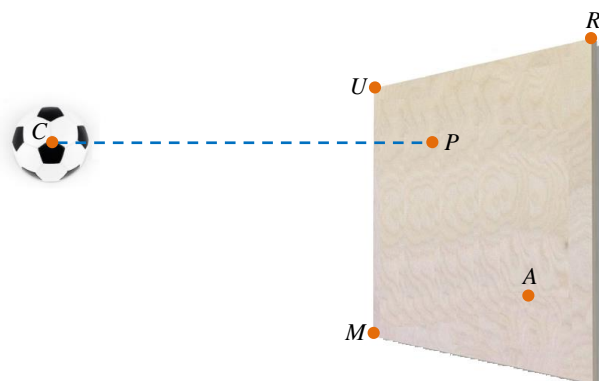
Pode concluir-se, com base apenas neste conhecimento, que a recta r não é perpendicular ao plano α ?

Proposta de Resolução: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema3-ficha2-ex1.html>

3. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Observe a figura onde estão representados um muro e uma bola esférica.

Considere o plano que contém a superfície do muro, definido pelos pontos M , U e R .



O ponto C é o centro da bola e o ponto A pertence ao plano MUR .

O ponto P , distinto do ponto A , é a projecção ortogonal do centro da bola no plano MUR .

3.1. Justifique que $\overline{CA} > \overline{CP}$.

3.2. Considere um cone de altura $[CP]$ cujo centro da base é o ponto P .

O ponto A pertence à linha de circunferência que limita a base do cone. Sabe-se que o perímetro da base do cone é 2π que o volume é π .

Determine \overline{CA} .

3.3. Justifique que o plano APC é perpendicular ao plano MUR .

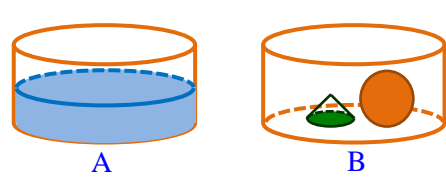
Proposta de Resolução: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema3-ficha3-ex1.html>

4. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

No laboratório de uma escola estão disponíveis três recipientes iguais, em forma de cilindro recto, um cone recto cuja altura é igual ao raio e uma esfera de raio igual à altura do cone.

Sabe-se que a medida da altura do cone é 1 cm e é um terço do raio da base de cada cilindro. Considere as seguintes experiências:

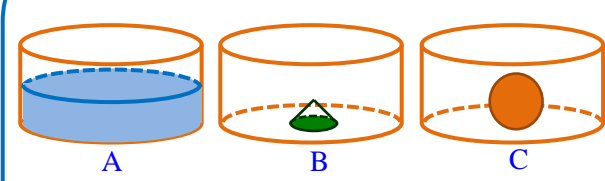
Experiência I



A **B**

- 1.º Introdz-se um líquido no recipiente A até atingir uma altura de 2 cm. Coloca-se o cone e a esfera no recipiente B.
- 2.º Introdz-se líquido do recipiente A no recipiente B até uma altura igual ao diâmetro da esfera. O que sobra mantém-se no recipiente A.

Experiência II



A **B** **C**

- 1.º Introdz-se um líquido no recipiente A até atingir uma altura de 2 cm. Coloca-se o cone no recipiente B e a esfera no recipiente C.
- 2.º Introdz-se líquido do recipiente A no recipiente B até uma altura igual à altura do cone.
- 3.º O líquido que sobra no recipiente A é totalmente introduzido no recipiente C que contém a esfera

4.1. O que se pode afirmar relativamente aos volumes do cone, V_{cone} , e da esfera, V_{esfera} ?

Selecione a opção correcta.

A $V_{esfera} = 2V_{cone}$

B $V_{esfera} = 3V_{cone}$

C $V_{cone} = \frac{V_{esfera}}{4}$

D $V_{cone} = \frac{V_{esfera}}{5}$

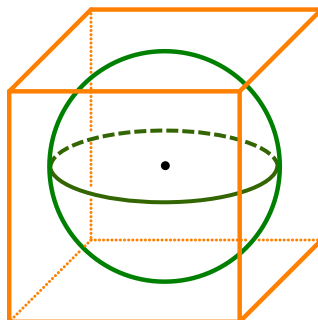
4.2. No final da experiência I qual o volume de líquido no recipiente A

4.3. No final da experiência II qual a altura que se observa desde a base do recipiente C até ao nível do líquido?

Proposta de Resolução: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema3-ficha4-ex1.html>

5. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado um cubo e uma esfera tangente às faces do cubo



5.1. Seja A a medida do comprimento da aresta do cubo e V o volume da esfera.

Mostre que:

a) a medida do comprimento diagonal espacial do cubo, D , é dada, em função de A , por $D = A\sqrt{3}$.

b) a medida do comprimento da aresta do cubo é dada em função do volume da esfera por $A = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$.

5.2. Admita agora que a medida do comprimento da diagonal espacial do cubo é igual a $\sqrt{108}$.

Considere um cone cujo volume é igual ao volume da esfera.

Sabendo que a medida do comprimento da altura do cone é igual a 4, determine o perímetro da sua base.

Proposta de Resolução: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema3-ficha5-ex1.html>

6. (Exercício n.º 16 | Prova Modelo n.º 2 | 9.º Ano)

No espaço, sejam r e s duas rectas distintas e α e β dois planos distintos.

Considera as seguintes afirmações:

- I. se α e β forem paralelos e r está contida em α , então r é paralela a β
- II. se r e s forem paralelas a uma terceira recta, então r e s são estritamente paralelas
- III. se α e β forem perpendiculares, então qualquer plano perpendicular a α é também perpendicular a β

Em relação às afirmações anteriores, qual das seguintes opções é a correcta?

- A** I. e II. são verdadeiras e III. é falsa.
- B** I. é verdadeira e II. e III. são falsas.
- C** São todas verdadeiras.
- D** São todas falsas.

Proposta de Resolução: <https://www.mathsuccess.pt/Exames-Modelo/prova2c2.html>

Solucionário

- 1.1. n e m são números naturais $\Rightarrow n + m$ é um número par; **Hipótese:** n e m são números naturais; **Tese:** $n + m$ é um número par
- 1.2. a) Necessária 1.2. b) Suficiente
- 1.3. Sejam n e m números naturais. Se $n + m$ é um número natural ímpar então n e m têm paridade diferente.
- 1.4. Sejam n e m números naturais. Se $n + m$ é um número natural par então n e m são pares; se $n = 3$ e $+m$ tem-se que $n + m = 8$, mas n e m são ímpares. Logo o recíproco do teorema I é falso.
- 2.1. Se uma recta é perpendicular a um plano α num ponto A então é perpendicular a todas as rectas de α que contêm A . **Hipótese:** uma recta é perpendicular a um plano α . **Tese:** a recta é perpendicular a todas as rectas do plano α que contêm A .
- 2.2. Não 2.3. Sim
- 3.2. $\sqrt{10}$
- 4.1. C 4.2. $V_{líquidoA} = \frac{5\pi}{3}$ 4.3. $\frac{32}{27}$
- 5.2. $P_{base} = 6\pi\sqrt{3}$
- 6. A

Jorge Penalva | José Carlos Pereira | Vítor Pereira | MathSuccess