FICHAS DE TRABALHO | 11.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 2 | GEOMETRIA ANALÍTICA

Site: http://www.mathsuccess.pt

Facebook: https://www.facebook.com/MathSuccess

TEMA 2

GEOMETRIA ANALÍTICA

2016 – 2017

1. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Num plano munido de um referencial ortonormado, considere a recta r, que contém o ponto de coordenadas $(2,1)$ e com inclinação 60^{o}, e a recta s, perpendicular a r, que contém o ponto de coordenadas $(0,2)$.

1.1. Escreva a equação reduzida da recta s.

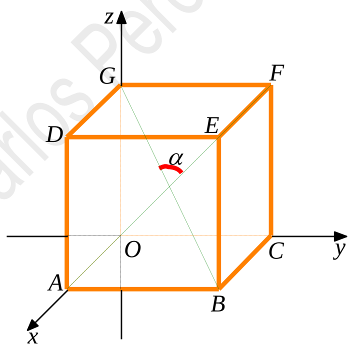
1.2. Sejam A o ponto de intersecção entre as rectas r e s, B o ponto da recta s com abcissa nula e C o ponto da recta r com abcissa nula.

Mostre que a área do triângulo $[ABC]$ é $\frac{12+13\sqrt{3}}{8}$.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha1-ex1.html

2. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$ o cubo $[ABCODEFG]$, de lado 1. Os vértices A, C e G pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz, respectivamente.



2.1. Seja α a amplitude do ângulo formado pelas rectas AF e BG.

Determine o valor de $\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

2.2. Seja P um ponto do espaço de abcissa nula e ordenada positiva, tal que:

- o triângulo $[BGP]$ é rectângulo em G
- $\left\| \overrightarrow{BP} \right\| = 3$

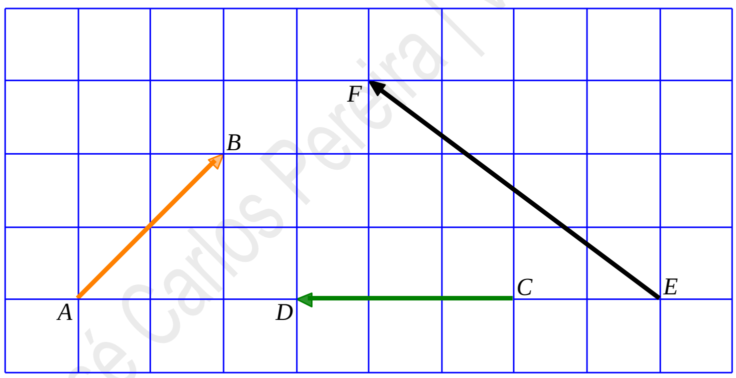
Determine as coordenadas do ponto P.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha2-ex1.html

3. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado um rectângulo dividido em cinquenta quadrados geometricamente iguais, todos com a mesma área.

Considere os pontos A, B, C, D, E e F representados na figura e os vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{EF}$ e seja x a medida do comprimento do lado de cada um dos cinquenta quadrados.



3.1. Mostre que $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)\cdot\overrightarrow{EF} = 10x^2$.

3.2. Seja α a amplitude do ângulo formado pelos vectores $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{EF}$.

Determine o valor exacto de $\operatorname{sen}(\alpha+\pi)+\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

3.3. Desenhe na figura um vector $\vec{u}$ de modo que $\left\|\vec{u}\right\| = \left\|\overrightarrow{DC}\right\|$ e $\vec{u}\cdot\overrightarrow{AB} = 6x^2$

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha3-ex1.html

4. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os vectores $\vec{u}(2,a,b)$, $\vec{v}(-6,a^2,1)$ e $\vec{w}(4,3,-3)$, com $a,b\in\mathbb{R}$ e os pontos $A(2,1,-5)$ e $B(-3,-1,2)$.

Sabe-se que os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares e os vectores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são perpendiculares.

4.1. Mostre que $a=-3$ e $b=-\frac{1}{3}$.

4.2. Seja α o plano definido vectorialmente por $(x,y,z)=A+s\vec{u}+t\vec{w}$, $s,t\in\mathbb{R}$.

a) Escreva uma equação cartesiana do plano α.

b) Seja C o ponto de intersecção do plano α com o eixo Oy.

Escreva um sistema de equações paramétricas que defina o plano ABC.

4.3. Sejam $\vec{r}(0,1,-1)$ um vector e T um ponto pertencente à recta r definida por $(x,y,z)=O+\lambda(\vec{w}-\vec{r})$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

Determine as suas coordenadas de T de modo que as rectas BT e r sejam perpendiculares.

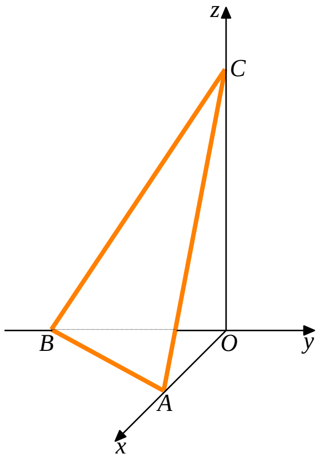
4.4. Seja $Q(2k^2-1,-2k,k-2)$, com $k\in\mathbb{R}$, um ponto pertencente ao plano mediador do segmento de recta $[AB]$.

Determine k.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha4-ex1.html

5. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o triângulo $[ABC]$, onde $A(1,0,0)$, $B(0,-2,0)$ e $C(0,0,3)$.



Seja r a recta perpendicular ao plano ABC que contém a origem do referencial.

5.1. Determine uma equação vetorial da recta r.

5.2. Determine uma equação cartesiana do plano ABC.

5.3. Determine o ponto de intersecção da recta r com o plano ABC.

5.4. Existem dois pontos da recta r que distam 7 unidades do plano ABC.

Determine as coordenadas desses pontos

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha5-ex1.html

6. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | Tema 2 | 11.º Ano | 2016 – 2017)

Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(1,1,-2)$, $B(1,-2,1)$, $C(-2,1,1)$ e $D(1,1,1)$.

6.1. Considere as seguintes afirmações:

I. O plano ABC é perpendicular à recta de equação $(x,y,z)=(1,1,1)+k(1,1,1)$, $k\in\mathbb{R}$

II. O plano ABC contém o ponto de coordenadas $(1,2,3)$

III. O plano definido por:

$$(x,y,z)=(1,1,1)+s(0,-3,3)+t(-3,0,3),\ s,t\in\mathbb{R}$$

é paralelo ao plano ABC e contém o ponto de coordenadas $(-2,-2,7)$.

Indique opção correta:

A Apenas **I** é verdadeira.

B Apenas **II** é falsa.

C Apenas **III** é falsa.

D São todas verdadeiras.

6.2. Seja P um ponto pertencente ao plano definido por $(x,y,z)=(1,1,1)+s(0,-3,3)+t(-3,0,3)$, $s,t\in\mathbb{R}$.

Determine as coordenadas do ponto P de modo que $\overrightarrow{AP}$ seja um vector normal ao plano ACD.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-11-ano/Tema2-ficha6-ex1.html

Solucionário

1.1. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$

2.1. $-\frac{1}{3}$

2.2. $P\left(0,\sqrt{3},1+\sqrt{3}\right)$

3.2. $\frac{10-\sqrt{5}}{5}$

4.2 a) $15x+7y+27z=-98$

4.2. b) $\begin{cases} x=-5s-2t \\ y=-14-2s-15t\ , \ s,t\in\mathbb{R} \\ z=7s+5t \end{cases}$

4.3. $T\left(-3,-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

4.4. $k=\frac{1}{10} \vee k=1$

5.1. $(x,y,z)=(0,0,0)+k(6,-3,2),\ k\in\mathbb{R}$

5.2. $6x-3y+2z-6=0$

5.3. $\left(\frac{36}{49},-\frac{18}{49},\frac{12}{49}\right)$

5.4. $\left(\frac{330}{49},-\frac{165}{49},\frac{110}{49}\right)$ e $\left(-\frac{258}{49},\frac{129}{49},-\frac{86}{49}\right)$

6.1. D

6.2. $P(1,4,-2)$