



FICHAS DE TRABALHO | 10.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 4 | FUNÇÕES

Site: <http://www.mathsuccess.pt>

Facebook: <https://www.facebook.com/MathSuccess>

TEMA 4

FUNÇÕES

2016 – 2017

1. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ e $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e as funções f e g tais que:

- $f : A \rightarrow C$, definida por $f(x) = x - 1$
- $g : A \rightarrow B$, definida por $g(x) = x + 1$

1.1. Seja $D = \{-2, -1, 0\}$. Defina através do seu gráfico:

a) $f|_D$

b) $g|_D$

1.2. Mostre que:

- a) a função g é bijectiva.
- b) a função f não é sobrejectiva.

1.3. Determine:

a) $D_{f \circ g}$

b) $(f \circ g)(-2)$

1.4. Admita que $f \circ g$ é bijectiva. Caracterize-a.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha1-ex1.html>

2. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = x^2$ e $g(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

2.1. Considere num referencial o.n. xOy , o ponto P de coordenadas $(-1, 2)$ e o gráfico da função g .

Determine o valor de a e de b de modo que g seja uma função ímpar e o ponto P pertença ao seu gráfico.

2.2. Seja h a função de domínio \mathbb{R} definida por $h(x) = f(x) + g(x)$.

Mostre que h não é par nem ímpar

2.3. Considere $a > 0$ e $b > 0$ e Seja i a função a função de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$ definida por:

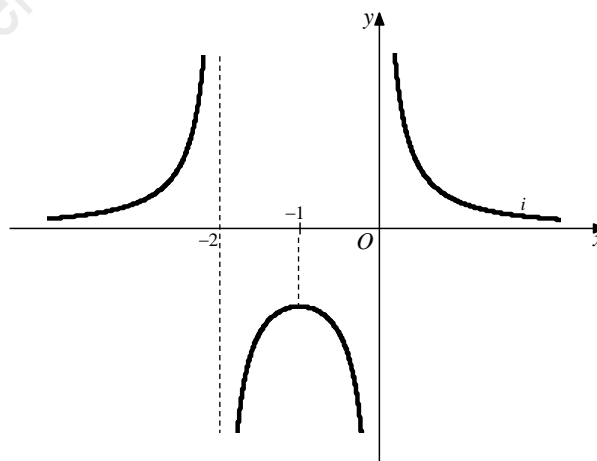
$$i(x) = \frac{1}{((g(x))^2 - 1)}$$

Na figura está parte da representação gráfica da função i .

Resolva as alíneas seguintes conciliando abordagem gráfica com cálculos analíticos.

a) Mostre que $i(x) = \frac{1}{f(x) + 2x}$.

b) Indique o contradomínio, intervalos de monotonia e extremos da função.



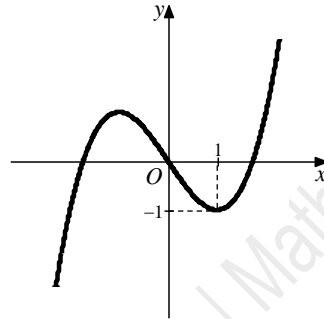
Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha2-ex1.html>

3. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que:

- f é ímpar
- $f(1) = -1$
- f é estritamente crescente em $[1, +\infty[$
- $(0,0)$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f



3.1. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(x) + k$, com $k \in \mathbb{R}$.

Indique o conjunto de valores de k de modo que a equação $g(x) = 5$ tenha três soluções distintas.

3.2. Seja h a função de domínio \mathbb{R} , definida por: $h(x) = -f(x+a) + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Sabe-se que $h(-3) = 2$ é mínimo relativo da função h .

a) Indique os valores de a e de b .

b) Indique, em forma de intervalo de números reais, os valores de x para os quais o gráfico de h tem concavidade voltada para baixo.

3.3. Quantas soluções tem a equação $f(x) - f(-x) = 1$?

A uma

B duas

C três

D quatro

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha3-ex1.html>

4. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere a família de funções $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = \left((2k^2 - 6k - 8)x + 3k + b \right)x + c, \text{ com } k, c \in \mathbb{R} \text{ e } b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

4.1. Considere $b = 3$. Determine k de modo que g seja estritamente crescente.

4.2. Considere $k = 0$, Sabe-se que $g(2)$ é máximo absoluto da função g .

a) O valor de $g(1) - 2g(3) + g(0)$ pode ser:

A -2

B 0

C 2

D 4

b) Sabendo que $g\left(\frac{b}{8}\right) = c$ e que $g(2) = 24$, mostre que $b = 32$ e $c = -8$.

c) Determine os zeros de g .

d) Determine o conjunto solução da inequação $g(x) > 8(x+1)$.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha4-ex1.html>

5. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Seja f a função quadrática de domínio \mathbb{R} por $f(x) = x^2 + 2x + 2$.

5.1. Determine o contradomínio de f .

5.2. Determine o conjunto solução da inequação $f(x) > 5$.

5.3. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$g(x) = -f(x) + k, \text{ com } k > 2$$

Qual é o valor de k de modo que o conjunto solução da inequação $g(x) > f(x)$ seja $] -2, 0[$.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha5-ex1.html>

6. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere as funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R} , definidas por:

$$f(x) = \frac{ax^2}{2} - ax \quad \text{e} \quad g(x) = |x-1| + b, \text{ com } a, b \in \mathbb{R}$$

A parábola que é o gráfico de f tem vértice no ponto de coordenadas $(1, -1)$.

6.1. Determine o valor de a .

6.2. Determine o conjunto de valores de b de modo que a equação $|f(x)| = g(x)$ tenha quatro soluções distintas.

6.3. Considere agora que $a = 2$ e $b = -1$.

a) Determine o conjunto solução da equação $g(2x+3) = f(-1)$.

b) Determine o conjunto solução da equação $|f(x)| = -g(1)$.

c) Seja h a função de domínio \mathbb{R} definida por $h(x) = |f(x)| - g(x)$.

Defina a função h sem utilizar o símbolo de módulo.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha6-ex1.html>

7. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 7 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1 \\ \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

7.1. Partindo dos gráficos das funções $y = \sqrt{x}$ e $y = \sqrt[3]{x}$, represente, em referencial o.n. xOy , um esboço do gráfico de f .

7.2. Indique, por observação gráfica, o sentido das concavidades do gráfico de f .

7.3. Considere, em referencial o.n. xOy , o ponto A de coordenadas $(0, 2)$.

Sejam B e C dois pontos do gráfico de f tais que:

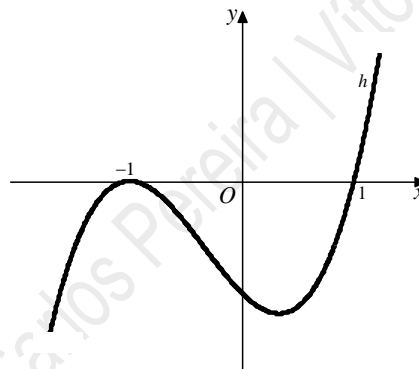
- a ordenada de B é igual à ordenada de A
- o ponto C tem abcissa negativa

Determine as coordenadas do ponto C de modo que a área do triângulo $[ABC]$ seja igual a $f(37) - 2f(0)$.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha7-ex1.html>

8. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 8 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função h , de domínio \mathbb{R} , polinomial do terceiro grau.



Sabe-se que o ponto de coordenadas $(2, 9)$ pertence ao gráfico de h e que -1 e 1 são os únicos zeros de h .

8.1. Escreva a expressão analítica de h na forma $ax^3 + bx^2 + cx + d$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e determine o valor de $a - b + 2c - d$.

8.2. Resolva em \mathbb{R} a inequação $(2x - 10)h(x) < 0$.

8.3. Em qual das opções seguintes pode estar representado o conjunto de extremos relativos da função h ?

- A $\{-1, 0\}$
B $\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$
C $\left\{0, -\frac{32}{27}\right\}$
D $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha8-ex1.html>

9. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 9 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere as funções f , g e h cujos domínios estão contidos em \mathbb{R} , tais que:

$$f(x) = |x^2 - 1|, \quad g(x) = \sqrt{x-1} \quad \text{e} \quad h(x) = x - 1$$

9.1. Quantos zeros tem a função $\frac{f}{h}$?

A zero

B um

C dois

D três

9.2. Caracterize a função $g \circ f$. Escreva a sua expressão analítica sem utilizar o símbolo de módulo.

9.3. Mostre que o ponto de coordenadas $\left(2, \frac{1}{3}\right)$ pertence ao gráfico de $\frac{g}{f}$.

9.4. Determine o conjunto solução das seguintes equações:

a) $(h \times g) = 8$

b) $(f - h^{-1})(x) = 0$

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha9-ex1.html>

Solucionário

1.1. a) $G_{f|_D} = \{(-2, -3), (-1, -2), (0, -1)\}$

1.1. b) $G_{g|_D} = \{(-2, -1), (-1, 0), (0, 1)\}$

1.3. a) $D_{f \circ g} = \{-2, -1, 0, 1\}$ 1.3. b) -2

1.4. $f \circ g : \{-2, -1, 0, 1\} \rightarrow \{-2, -1, 0, 1\}$ tal que $(f \circ g)(x) = x$

2.1. $a = -2$ e $b = 0$

2.3. b) $D' =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$. A função i é estritamente crescente em $]-\infty, -2[$ e em $]-2, -1[$; é estritamente decrescente em $]-1, 0[$ e em $]0, +\infty[$; -1 é um máximo relativo em $x = -1$. A função i não tem extremos absolutos.

3.1. $k \in]4, 6[$

3.2. a) $a = 2$ e $b = 3$

3.2. b) $]-2, +\infty[$

3.3. C

4.1. $k = 4$

4.2. a) A

4.2. b) $\{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$

4.2. b) $]1, 2[$

5.1. $[1, +\infty[$

5.2. $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$

5.3. $k = 4$

6.1. $a = 2$

6.2. $b \in]-1, 1[$

6.3. a) $\{-3, 1\}$

6.3. b) $\{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$

6.3. c)
$$h(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{se } x \leq 0 \\ 3x - x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ -x^2 + x + 2 & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

7.2. O gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo em $]-\infty, 0[$ e em $]1, +\infty[$ e tem a concavidade voltada para cima em $[0, 1]$.

7.3. $C\left(-\frac{1}{125}, -\frac{6}{5}\right)$

8.1. $h(x) = x^3 + x^2 - x - 1$; $a - b + 2c - d = -1$

8.2. $]1, 5[$

8.3. C

9.1. B 9.2. $D_{g \circ f} =]-\infty, -\sqrt{2}[\cup \{0\} \cup]\sqrt{2}, +\infty[$; $(g \circ f)(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2} & \text{se } x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2} \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

9.4. a) $\{5\}$

9.4. b) $\{-1, 0, 2\}$