FICHAS DE TRABALHO | 10.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 4 | FUNÇÕES

Site: http://www.mathsuccess.pt

Facebook: https://www.facebook.com/MathSuccess

TEMA 4

FUNÇÕES

2016 – 2017

1. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere os conjuntos $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, $B=\{-1,0,1,2,3\}$ e $C=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ e as funções f e g tais que:

- $f:A\to C$, definida por $f(x)=x-1$
- $g:A\to B$, definida por $g(x)=x+1$

1.1. Seja $D=\{-2,-1,0\}$. Defina através do seu gráfico:

a) $f|_D$

b) $g|_D$

1.2. Mostre que:

a) a função g é bijectiva.

b) a função f não é sobrejectiva.

1.3. Determine:

a) $D_{f\circ g}$

b) $(f\circ g)(-2)$

1.4. Admita que $f\circ g$ é bijectiva. Caracterize-a.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha1-ex1.html

2. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Sejam f e g duas funções de domínio $\mathbb{R}$, definidas por $f(x)=x^2$ e $g(x)=ax+b$, com $a,b\in\mathbb{R}$ e $a\neq 0$.

2.1. Considere num referencial o.n. xOy, o ponto P de coordenadas $(-1,2)$ e o gráfico da função g.

Determine o valor de a e de b de modo que g seja uma função ímpar e o ponto P pertença ao seu gráfico.

2.2. Seja h a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $h(x)=f(x)+g(x)$.

Mostre que h não é par nem ímpar

2.3. Considere $a>0$ e $b>0$ e Seja i a função a função de domínio $\mathbb{R}\setminus\{-2,0\}$ definida por:

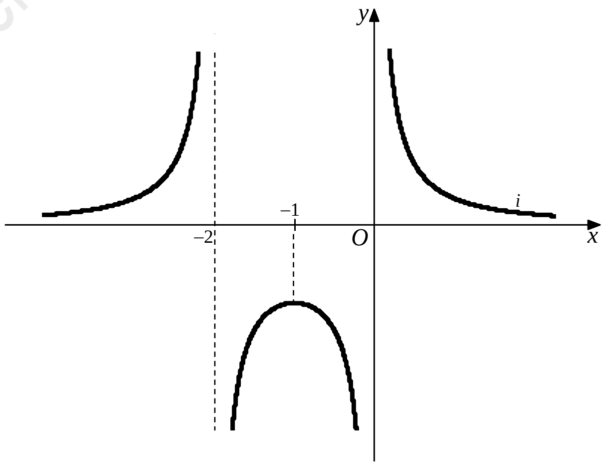
$$i(x)=\frac{1}{\left((g(x))^2-1\right)}$$

Na figura está parte da representação gráfica da função i.

Resolva as alíneas seguintes conciliando abordagem gráfica com cálculos analíticos.

a) Mostre que $i(x)=\dfrac{1}{f(x)+2x}$.

b) Indique o contradomínio, intervalos de monotonia e extremos da função.

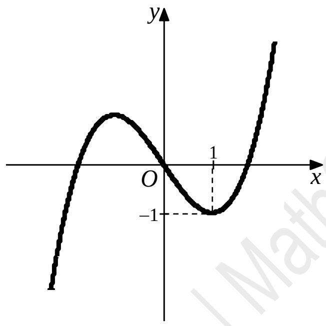


Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha2-ex1.html

3. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$.

Sabe-se que:



- f é ímpar
- $f(1) = -1$
- f é estritamente crescente em $[1, +\infty[$
- $(0,0)$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f

3.1. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = f(x) + k$, com $k \in \mathbb{R}$.

Indique o conjunto de valores de k de modo que a equação $g(x) = 5$ tenha três soluções distintas.

3.2. Seja h a função de domínio $\mathbb{R}$, definida por: $h(x) = -f(x+a) + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Sabe-se que $h(-3) = 2$ é mínimo relativo da função h.

a) Indique os valores de a e de b.

b) Indique, em forma de intervalo de números reais, os valores de x para os quais o gráfico de h tem concavidade voltada para baixo.

3.3. Quantas soluções tem a equação $f(x) - f(-x) = 1$?

A uma **B** duas **C** três **D** quatro

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha3-ex1.html

4. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere a família de funções $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por:

$$g(x)=\left(\left(2k^2-6k-8\right)x+3k+b\right)x+c \text{, com } k,b,c\in\mathbb{R}$$

4.1. Considere $b=3$. Determine k de modo que g seja estritamente crescente.

4.2. Considere $k=0$, Sabe-se que $g(2)$ é máximo absoluto da função g.

a) O valor de $g(1)-2g(3)+g(0)$ pode ser:

A -2 **B** 0 **C** 2 **D** 4

b) Sabendo que $g\left(\frac{b}{8}\right)=c$ e que $g(2)=24$, mostre que $b=32$ e $c=-8$.

c) Determine os zeros de g.

d) Determine o conjunto solução da inequação $g(x)>8(x+1)$.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha4-ex1.html

5. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Seja f a função quadrática de domínio $\mathbb{R}$ por $f(x)=x^2+2x+2$.

5.1. Determine o contradomínio de f.

5.2. Determine o conjunto solução da inequação $f(x)>5$.

5.3. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$g(x)=-f(x)+k \text{, com } k>2$$

Qual é o valor de k de modo que o conjunto solução da inequação $g(x)>f(x)$ seja $]-2,0[$.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha5-ex1.html

6. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere as funções f e g, ambas de domínio $\mathbb{R}$, definidas por:

$$f(x)=\frac{ax^2}{2}-ax \qquad \text{e} \qquad g(x)=|x-1|+b\text{, com } a,b\in\mathbb{R}$$

A parábola que é o gráfico de f tem vértice no ponto de coordenadas $(1,-1)$.

6.1. Determine o valor de a.

6.2. Determine o conjunto de valores de b de modo que a equação $|f(x)|=g(x)$ tenha quatro soluções distintas.

6.3. Considere agora que $a=2$ e $b=-1$.

a) Determine o conjunto solução da equação $g(2x+3)=f(-1)$.

b) Determine o conjunto solução da equação $|f(x)|=-g(1)$.

c) Seja h a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $h(x)=|f(x)|-g(x)$.

Defina a função h sem utilizar o símbolo de módulo.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha6-ex1.html

7. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 7 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & \text{se} \quad x\geq 1\\ \sqrt[3]{x}-1 & \text{se} \quad x<1\end{cases}$$

7.1. Partindo dos gráficos das funções $y=\sqrt{x}$ e $y=\sqrt[3]{x}$, represente, em referencial o.n. xOy, um esboço do gráfico de f.

7.2. Indique, por observação gráfica, o sentido das concavidades do gráfico de f.

7.3. Considere, em referencial o.n. xOy, o ponto A de coordenadas $(0,2)$.

Sejam B e C dois pontos do gráfico de f tais que:

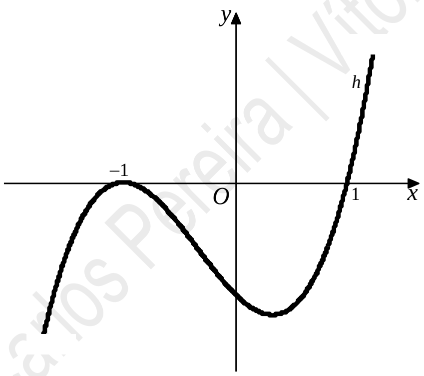
- a ordenada de B é igual á ordenada de A
- o ponto C tem abcissa negativa

Determine as coordenadas do ponto C de modo que a área do triângulo $[ABC]$ seja igual a $f(37)-2f(0)$.

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha7-ex1.html

8. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 8 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$, polinomial do terceiro grau.



Sabe-se que o ponto de coordenadas $(2,9)$ pertence ao gráfico de h e que -1 e 1 são os únicos zeros de h.

8.1. Escreva a expressão analítica de h na forma ax^3+bx^2+cx+d, com $a,b,c,d\in\mathbb{R}$, e determine o valor de $a-b+2c-d$.

8.2. Resolva em $\mathbb{R}$ a inequação $(2x-10)h(x)<0$.

8.3. Em qual das opções seguintes pode estar representado o conjunto de extremos relativos da função h?

A $\{-1,0\}$ **B** $\left\{0,\frac{1}{3}\right\}$ **C** $\left\{0,-\frac{32}{27}\right\}$ **D** $\left\{-1,\frac{1}{3}\right\}$

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha8-ex1.html

9. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 9 | Tema 4 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere as funções f, g e h cujos domínios estão contidos em $\mathbb{R}$, tais que:

$$f(x)=\left|x^2-1\right|, \qquad g(x)=\sqrt{x-1} \qquad \text{e} \qquad h(x)=x-1$$

9.1. Quantos zeros tem a função $\dfrac{f}{h}$?

A zero **B** um **C** dois **D** três

9.2. Caracterize a função $g \circ f$. Escreva a sua expressão analítica sem utilizar o símbolo de módulo.

9.3. Mostre que o ponto de coordenadas $\left(2,\dfrac{1}{3}\right)$ pertence ao gráfico de $\dfrac{g}{f}$.

9.4. Determine o conjunto solução das seguintes equações:

a) $(h\times g)=8$

b) $\left(f-h^{-1}\right)(x)=0$

Proposta de Resolução aqui: http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema4-ficha9-ex1.html

Solucionário

1.1. **a)** $G_{f|_D}=\{(-2,-3),(-1,-2),(0,-1)\}$ **1.1.** **b)** $G_{g|_D}=\{(-2,-1),(-1,0),(0,1)\}$

1.3. **a)** $D_{f\circ g}=\{-2,-1,0,1\}$ **1.3.** **b)** -2 **1.4.** $f\circ g:\{-2,-1,0,1\}\to\{-2,-1,0,1\}$ tal que $(f\circ g)(x)=x$

2.1. $a=-2$ e $b=0$

2.3. **b)** $D'=]-\infty,-1]\cup]0,+\infty[$. A função i é estritamente crescente em $]-\infty,-2[$ e em $]-2,-1]$; é estritamente decrescente em $[-1,0[$ e em $]0,+\infty[$; -1 é um máximo relativo em $x=-1$. A função i não tem extremos absolutos.

3.1. $k\in]4,6[$ **3.2.** **a)** $a=2$ e $b=3$ **3.2.** **b)** $]-2,+\infty[$ **3.3.** C

4.1. $k=4$ **4.2.** **a)** A **4.2.** **b)** $\{1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}\}$ **4.2.** **b)** $[1,2]$

5.1. $[1,,+\infty[$ **5.2.** $]-\infty,-3[\cup]1,+\infty[$ **5.3.** $k=4$

6.1. $a=2$ **6.2.** $b\in]-1,1[$ **6.3.** **a)** $\{-3,1\}$ **6.3.** **b)** $\{1-\sqrt{2},1,1+\sqrt{2}\}$

6.3. **c)** $h(x)=\begin{cases}x^2-x & \text{se } x\le 0\\ 3x-x^2 & \text{se } 0<x\le 1\\ -x^2+x+2 & \text{se } 1<x\le 2\\ x^2-3x+2 & \text{se } x>2\end{cases}$

7.2. O gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo em $]-\infty,0]$ e em $[1,+\infty[$ e tem a concavidade voltada para cima em $[0,1]$.

7.3. $C\left(-\frac{1}{125},-\frac{6}{5}\right)$

8.1. $h(x)=x^3+x^2-x-1$; $a-b+2c-d=-1$ **8.2.** $]1,5[$ **8.3.** C

9.1. B **9.2.** $D_{g\circ f}=]-\infty,-\sqrt{2}]\cup\{0\}\cup[\sqrt{2},+\infty[$; $(g\circ f)(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-2} & \text{se } x\le-\sqrt{2} \vee x\ge\sqrt{2}\\ 0 & \text{se } x=0\end{cases}$

9.4. **a)** $\{5\}$ **9.4.** **b)** $\{-1,0,2\}$