



FICHAS DE TRABALHO | 10.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 2 | ÁLGEBRA

Site: <http://www.mathsuccess.pt>

Facebook: <https://www.facebook.com/MathSuccess>

TEMA 2

ÁLGEBRA

2016 – 2017

1. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representado um octaedro regular cuja medida do comprimento da aresta é a .

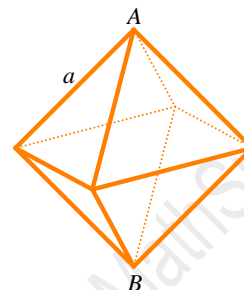
Tal como a figura sugere, A e B são dois vértices não adjacentes do octaedro.

1.1. Mostre que, em função de a :

a) a área total do octaedro é dada por $2a^2\sqrt{3}$.

b) a distância entre os vértices A e B é dada por $a\sqrt{2}$.

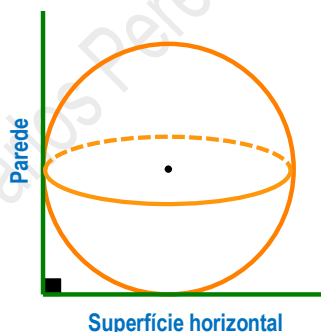
1.2. Considere o volume do octaedro igual a $9\sqrt{2}$. Determine o valor de a .



Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha1-ex1.html>

2. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Uma esfera de diâmetro $2\sqrt{6+4\sqrt{2}}$ está apoiada numa superfície horizontal e encostada a uma parede, como pode visualizar na figura.



2.1. Determine a medida do raio da esfera, apresentando-a na forma $a+b\sqrt{c}$, com $a, b, c \in \mathbb{N}$.

2.2. Determine o raio máximo que uma esfera pode tomar de forma a passar entre a esfera maior, a parede e a superfície horizontal.

Apresente a medida do comprimento do raio com denominador racional.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha2-ex1.html>

3. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Seja $a = \frac{4\sqrt[4]{3 \times 4^{\frac{1}{4}}} - 3^{\frac{1}{8}}\sqrt[4]{216^{\frac{1}{6}}}}{3 \times 2^{\frac{1}{8}}}$.

3.1. Mostre que $a = \sqrt[4]{3}$.

3.2. Mostre que a e $-a$ são soluções da equação $x^5 - 2x^4 - 3x + 6 = 0$.

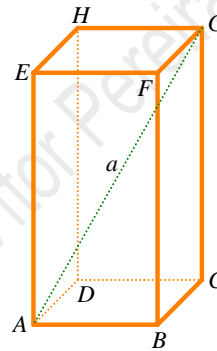
3.3. Na figura está representado o prisma quadrangular $[ABCDEFGFH]$.

Sabe-se que:

- $\overline{AG} = a$
- $\overline{AE} = 2\overline{AB}$

Determine o volume do prisma.

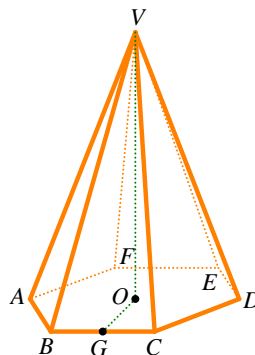
Apresente o resultado na forma $\frac{\sqrt[n]{2x}}{x}$, com $n \in \mathbb{N}$ e $x > 0$.



Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha3-ex1.html>

4. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere a pirâmide hexagonal regular $[ABCDEFV]$ representada na figura. O centro da base é o ponto O .



Sabe-se que:

- o segmento de recta $[OG]$ é um apótema da base

- $\overline{OG} = 2x - 1$, $\overline{OV} = x + 3$ e $V_{[ABCDEFGV]} = 6x^3 + 23x^2 + 11x - 12$, com $x > \frac{1}{2}$.

Seja $P(x)$ o polinómio que dá o perímetro da base.

Determine $P(x)$ e apresentando-o na forma reduzida.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha4-ex1.html>

5. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Sejam $A(x)$, $B(x)$ e $C(x)$ três polinómios tais que:

- $A(x) = 3x^{2n+2} + 3(3x^{2n+1} - 3x^{n+1} - 11x) - 18$, com $n \in \mathbb{N}$
- $B(x) = ax^3 + ax^2 - 3x + 4b$, com $a, b \in \mathbb{R}$
- $C(0) = 3$ e o resto da divisão inteira de $C(x)$ por $x - 5$ é -2

5.1. Mostre que:

- se n é ímpar, então o polinómio $A(x)$ é divisível por $x + 1$.
- para $n = 1$, -1 é raiz de multiplicidade 2 de $A(x)$ e em seguida decomponha-o num produto de polinómios irreduzíveis.

5.2. O polinómio $B(x)$ é divisível por $x + 2$.

Qual é o valor de $a^2 - 2ab + b^2$?

A $\frac{3}{2}$

B $\frac{9}{4}$

C 3

D 9

5.3. Qual é o resto da divisão inteira de $C(x)$ por $x^2 - 5x$?

A $x + 3$

B $-x - 3$

C $-x + 3$

D $x - 3$

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha5-ex1.html>

6. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere os polinómios:

$$P(x) = 2x^5 - 4x^4 + (a+1)x^3 - 4x^2 + bx - 1 \quad \text{e} \quad Q(x) = x^5 - 6x^4 + 5x^3 + 20x^2 - 36x + 16$$

Sendo a e b números reais.

6.1. Determine os valores de a e b , de modo que:

a) o resto e o quociente da divisão inteira de $P(x)$ por $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ sejam, respectivamente, $2x^2 + x - 1$ e $2x^2 + 2$.

b) $P(x)$ seja divisível por $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

6.2. Sabe-se que 1 é raiz de multiplicidade 2 de $Q(x)$ e que 2 é raiz de $x^3 - 4x^2 - 4x + 16$.

Resolva inequação $Q(x) \leq 0$.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha6-ex1.html>

7. (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 7 | Tema 2 | 10.º Ano | 2016 – 2017)

Considere um polinómio $P(x)$ de grau 4.

Sabe-se que:

- $P(1) = 16$
- o conjunto solução da inequação $P(x) > 0$ é $\mathbb{R} \setminus ([-1, 0] \cup \{3\})$.

Determine o polinómio $P(x)$, apresentando-o na forma reduzida.

Proposta de Resolução aqui: <http://www.mathsuccess.pt/matematica-10-ano/Tema2-ficha7-ex1.html>

Solucionário

1.3. 3

2.1. $2 + \sqrt{2}$

2.2. $2 - \sqrt{2}$

3.3. $\frac{\sqrt[3]{12}}{6}$

4. $P(x) = 18x + 24$

5.1. b) $A(x) = 3x^4 + 9x^3 - 9x^2 - 33x - 18$

5.2. B

5.3. C

6.1. a) $a = b = 7$

6.1. b) $a = 6$ e $b = 3$

6.2. $]-\infty, -2] \cup [2, 4] \cup \{1\}$

7. $P(x) = 2x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 18x$
