FICHAS DE TRABALHO | 9.º ANO | COMPILAÇÃO

TEMA 2 | FUNÇÕES

Site: http://www.mathsuccess.pt

Facebook: https://www.facebook.com/MathSuccess

# TEMA 2

# FUNÇÕES

# 2016 - 2020

**1.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 1 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

O caudal de água que uma torneira debita por minuto é inversamente proporcional ao tempo que essa torneira demora a encher um depósito cilíndrico com $2$ metros de altura.


No instante em que a torneira se abre o depósito está vazio. Se a torneira debitar, de forma constante, um caudal de $10$ litros por minuto, o depósito fica cheio em três horas

**1.1.** Mostre que a medida do comprimento do raio da base do cilindro, em decímetros, é $\sqrt{\frac{90}{\pi}}$ .

**1.2.** Se o caudal da torneira aumentar para o dobro, quanto tempo é necessário para encher o depósito?

**1.3.** Qual deve ser o caudal da torneira para que o depósito fique cheio em $45$ minutos?

**1.4.** Considere que $x$ e $y$ representam, respectivamente, o valor do caudal da torneira (em litros por minuto) e o respectivo tempo (em horas) necessário para encher o depósito.

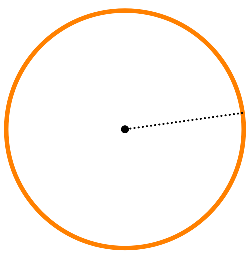
Complete a tabela e indique a constante de proporcionalidade inversa.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 5 | | 12 | | 20 |
| $y$ | | 4 | | 2 | |

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha1-ex1.html

**2.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 2 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representada uma circunferência de raio $r$, com $r > 0$



Vão ser dispostos pontos sobre a circunferência de modo a dividirem a circunferência em arcos de igual comprimento.

Sejam $n$ e $c$ duas grandezas em que $n$ é o número de pontos dispostos sobre a circunferência e $c$ é o comprimento do arco entre dois quaisquer pontos consecutivos.

**2.1.** Determine, em função de $r$, o valor $n \times c$ e interprete o resultado no contexto do problema.

**2.2.** Se $c = \frac{\pi r}{5}$, quantos pontos foram dispostos sobre a circunferência?

**2.3.** Suponha que a área do círculo limitado pela circunferência é $16\pi$.

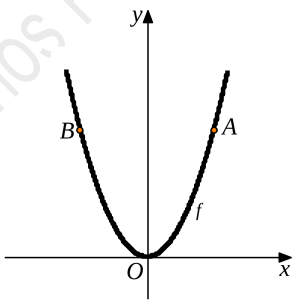
**a)** Qual é valor de $n$ se $c = \frac{\pi}{40}$ ?

**b)** Escreva $c$ em função de $n$ e represente graficamente a relação entre $n$ e $c$ para $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha2-ex1.html

**3.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 3 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura está representada, em referencial o.n. $xOy$, parte do gráfico da função $f$ definida em $\mathbb{R}$ por $f(x) = 2x^2$.




$A$ e $B$ são dois pontos do gráfico de $f$ com abcissas simétricas que se deslocam sobre o gráfico de $f$, nunca coincidindo com a origem.

**3.1.** Para uma determinada posição dos pontos $A$ e $B$, o triângulo $[AOB]$ é equilátero.

Mostre que, nessas circunstâncias, a área do triângulo $[AOB]$ é $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

**3.2.** Considere a função $g$, definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = \frac{x^2}{-2}$ e sejam $C$ e $D$ dois pontos do gráfico de $g$ tais que $[ABCD]$ é um rectângulo de área 40.

Determine as coordenadas dos pontos $A$, $B$, $C$ e $D$.

**3.3.** Seja $h$ a função definida em $\mathbb{R}$ por $h(x)=x+1$.

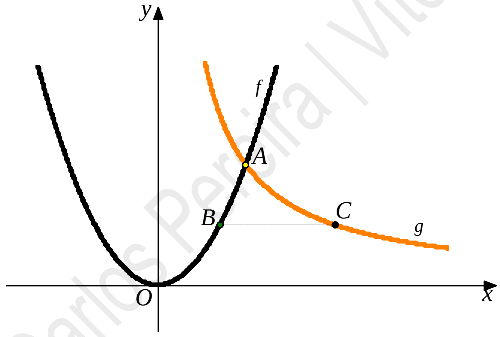
Sabe-se que os gráficos das funções $f$ e $h$ intersectam-se nos pontos de coordenadas $(1,2)$ e $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

Determine o conjunto solução da equação $2x^2-x-1=0$.

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha3-ex1.html

**4.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 4 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Na figura estão representadas, em referencial o.n. $xOy$, parte dos gráficos das funções $f$ e $g$, definidas em $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}^+$, respectivamente, por $f(x)=2x^2$ e $g(x)=\frac{2}{x}$.




Sabe-se que:

- $A$ é o ponto de intersecção dos gráficos de $f$ e $g$
- o ponto $B$ desloca-se sobre o gráfico de $f$ de modo que sua abcissa pertence ao intervalo $]0,1[$
- o ponto C desloca-se sobre o gráfico de $g$ de modo que a sua ordenada é sempre igual à ordenada do ponto B

**4.1.** Determine as coordenadas do ponto $A$.

**4.2.** Seja $b$ a abcissa do ponto $B$.

Mostre que a área do triângulo $[ABC]$ é dada em função de $b$ por $\frac{b^5-b^3-b^2+1}{b^2}$.

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha4-ex1.html

**5.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 5 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

Seja $a$ um número real. Considere a equação $(x-a)^2+(a-x)^2=16a$.

**5.1.** Sem efectuar cálculos, mostre que se $a=-1$, então a equação é impossível.

**5.2.** Para que valores de $a$ a equação é possível?

**5.3.** Determine os valores de $a$ de modo que $0$ seja uma das soluções da equação.

**5.4.** Considere $a=2$.

O Pedro e o João são primos. Quando o Pedro nasceu, o João tinha exactamente $1$ ano. Actualmente, a diferença entre o quadrado da idade do João e o quádruplo da idade do Pedro é $16$.

Seja $x$ a idade actual do João.

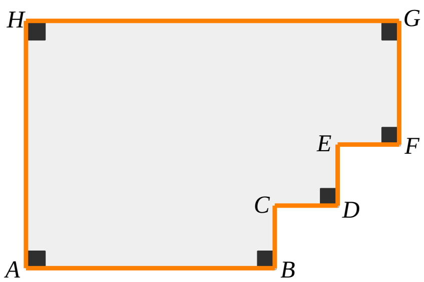
**a)** Mostre que a equação $(x-a)^2+(a-x)^2=16a$ traduz matematicamente o problema.

**b)** Determine a idade actual dos dois primos.

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha5-ex1.html

**6.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

O senhor Manuel tem um terreno com a forma sugerida pela figura seguinte:




Sabe-se que $\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=5$ metros e que o lado $[AH]$ é menor que o lado $[GH]$.

Para vedar todo o terreno o senhor Manuel precisou de $100$ metros de rede.

Seja $x=\overline{AH}$, com $x>10$

**6.1.** Mostre que $\overline{GH}=50-x$.

**6.2.** Mostre que a área do terreno é dada em função de $x$ por $-x^2+50x-75$.

**6.3.** Sabe-se que a área do terreno é $525 \text{ m}^2$.

Determine a medida do comprimento do lado $[FG]$.

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha6-ex1.html

**7.** (Exercício n.º 1 | Ficha de Trabalho n.º 6 | 9.º Ano | 2016 – 2017)

O João e a Maria realizam um jogo utilizando um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de $1$ a $6$ e cuja soma dos números das faces opostas é sempre sete.

O jogo consiste nas seguintes etapas:

- o dado é lançado por qualquer um dos jogadores;
- o João regista o número da face voltada para cima;
- a Maria regista a soma das faces visíveis, ou seja, a soma de todas as faces excepto a que ficou voltada para baixo;
- multiplicam-se os números registados pelo João e pela Maria.

Se o resultado da multiplicação for uma quantidade par, a pessoa que lançou o dado recebe, em euros, o dobro dessa quantidade do outro jogador.

Se o resultado da multiplicação for uma quantidade ímpar, a pessoa que lançou o dado paga, em euros, o dobro dessa quantidade ao outro jogador.

Sabe-se que, em determinada jogada, o João recebeu $190$€.

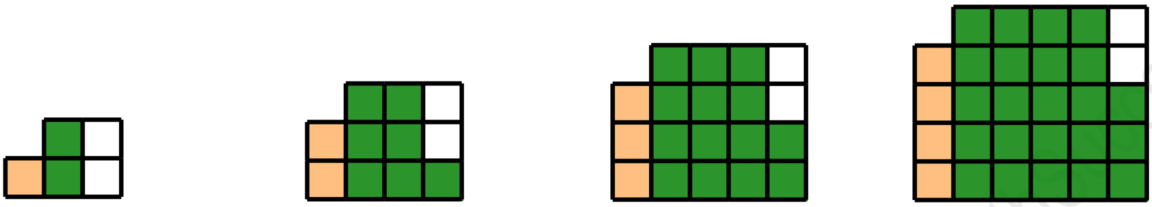
**7.1.** Qual o número da face voltada para cima nessa jogada?

**7.2.** Quem lançou o dado nessa jogada?

**Proposta de Resolução:** http://www.mathsuccess.pt/matematica-9-ano/Tema2-ficha7-ex1.html

**8.** (Exercício n.º 9 | Prova Modelo n.º 1 | 9.º Ano)

Na figura estão representados os quatro primeiros termos de uma sequência de figuras constituída por quadrados laranja e verdes geometricamente iguais.



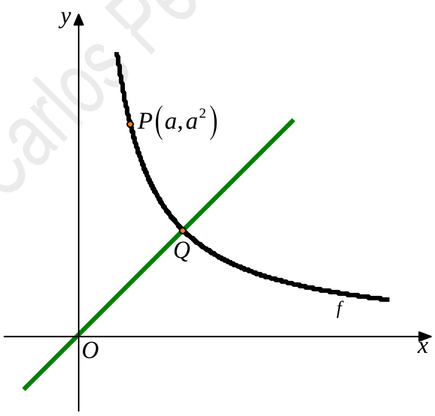
Determine o termo geral da sucessão que dá o número total de quadrados laranjas e verdes do $n$-ésimo termo.

Apresenta o termo geral na forma de polinómio reduzido. Mostra como chegaste à tua resposta.

**Proposta de Resolução:** https://www.mathsuccess.pt/Exames-Modelo/prova1c2.html

**9.** (Exercício n.º 3 | Prova Modelo n.º 2 | 9.º Ano)

Na figura está representado num referencial cartesiano parte do gráfico da função de proporcionalidade inversa $f$ e a bissectriz dos quadrantes ímpares.




Sabe-se que:

- o gráfico de $f$ e a bissectriz dos quadrantes ímpares intersectam-se no ponto $Q$ cuja abcissa é $8$
- o ponto $P$ pertence ao gráfico de $f$ e as suas coordenadas são da forma $(a,a^2)$, com $a \in \mathbb{R}$

Qual é o valor de $a$ ? Mostra como chegaste à tua resposta.

**Proposta de Resolução:** https://www.mathsuccess.pt/Exames-Modelo/prova2c1.html

## Solucionário

**1.2.** 1h30min

**1.3.** 40 litros por minuto

**1.4.**

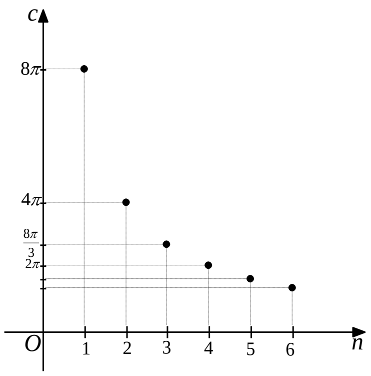
| $x$ | 5 | 7,5 | 12 | 15 | 20 | **C.P.:** 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6 | 4 | 2,5 | 2 | 1,5 | |

**2.1.** $n \times c = 2\pi r$ ; as grandezas $n$ e $c$ são inversamente proporcionais de constante $2\pi r$ que representa o perímetro da circunferência.

**2.2.** Dez pontos

**2.3.** **a)** $n = 320$

**2.3.** **b)** $c = \dfrac{8\pi}{n}$




**3.1.** $A(2,8)$; $B(-2,8)$; $C(2,-2)$; $D(-2,-2)$

**3.3.** $\left\{-\dfrac{1}{2}, 1\right\}$

**4.1.** $A(1,2)$

**5.2.** $a \in [0, +\infty[$

**5.3.** $a = 0 \ \vee \ a = 8$

**5.4.** **b)** O Pedro tem cinco anos e o João tem seis anos.

**6.3.** 10 metros

**7.1.** 5

**7.2.** Maria

**8.** $n^2 + 3n - 1$

**9.** $a = 4$